東京工業大学工学部

卒業論文

レーザによる超音波振動体の非接触駆動

指導教官

上羽　貞行　助教授

平成２年２月

提出者

学科　情報　工学科

学籍番号　８６０７００３

氏名　林　禎

学科主任認定印	

目次

第１章　序論

1-1　研究の背景 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1

1-2　研究の目的 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1

1-3　論文の構成 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2

第２章　原理 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3

第３章　測定系

3-1　全体の構成 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 5

3-2　Ｑスイッチ付きＹＡＧレーザ ・・・・・・・・・・ 6

第４章　実験とその検討

4-1　たわみ振動系

4-1-1 振動系の構成 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ 8

4-1-2 実験及び結果 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ １５

4-1-3 検討 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ １７

4-2　たて振動系

4-2-1 振動系の構成 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ １８

4-2-2 実験及び結果 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ １９

4-2-3 検討 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ ２０

4-3　ランジュバン型振動子

4-2-1 振動子の構成 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ ２１

4-2-2 実験及び結果 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ ２１

4-2-3 検討 ・・・・・・・・・・・・・・・・・ ２２

第５章　理論的検討

5-1　レーザにより励振されるたわみ振動のメカニズム・・　２４

5-2　共振周波数のズレ　・・・・・・・・・・・・・・・・・　２７

第６章　結論

6-1　まとめ　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・　２９

謝辞　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・　３１

参考文献　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・　３２

関連発表　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・　３２

付録　A　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・　３３

B　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・　３３

第１章　序論

１－１　研究の背景

従来、物体の振動モードや共振周波数を測定するために振動体を駆動する方法として、機械的な衝撃を加えて加振する方法、あるいは圧電現象を利用したＰＺＴなどのトランスデューサなどがある。しかしながら前者では安定して衝撃を加えるのが難しい上に、高周波の振動を駆動するのが難しいこと、モードの測定が不可能であること等の欠点がある。また後者でもトランスデューサを振動体と接触させるために、振動に影響を与えてしまい振動体そのものの振動モードや共振周波数を測定する事は出来ない。以上のように従来の方法では外乱のない振動体そのものの振動モードや共振周波数の測定をすることが出来なかった。故に非接触で振動体を駆動する方法が求められていた。

ところで物体に光を断続的に照射すると音波が発生する光音響効果は古くから知られていたが最近になって光音響法が固体材料の非破壊検査にきわめて有効であることが示され多くの研究者によって様々な研究がなされる様になった[1)]。この光音響法にを用いることにより非接触で振動体を駆動することが可能である。

１－２　研究の目的

本研究の目的は超音波振動子としてよく用いられるたて振動やたわみ振動などの種々の振動モードを持った振動系の振動モードや共振周波数を光音響効果を用いて外乱なしに非接触で測定する事の可能性を探ることである。この目的のために高出力で比較的高い周波数まで断続光を発生することのできる超音波Ｑスイッチ付きＹＡＧレーザを光源として用い、試作した各種の振動系について実験的検討を行い、また理論的な解析を加えた。

１－３　論文の構成

本論文の構成を述べる。

第２章ではレーザを用いて非接触で音波を励振する（レーザ音源）の原理について簡単に触れてある。

第３章では測定系全体の概要及び光源として用いた超音波Ｑスイッチ付きＹＡＧレーザの特性や出力波形について述べてある。

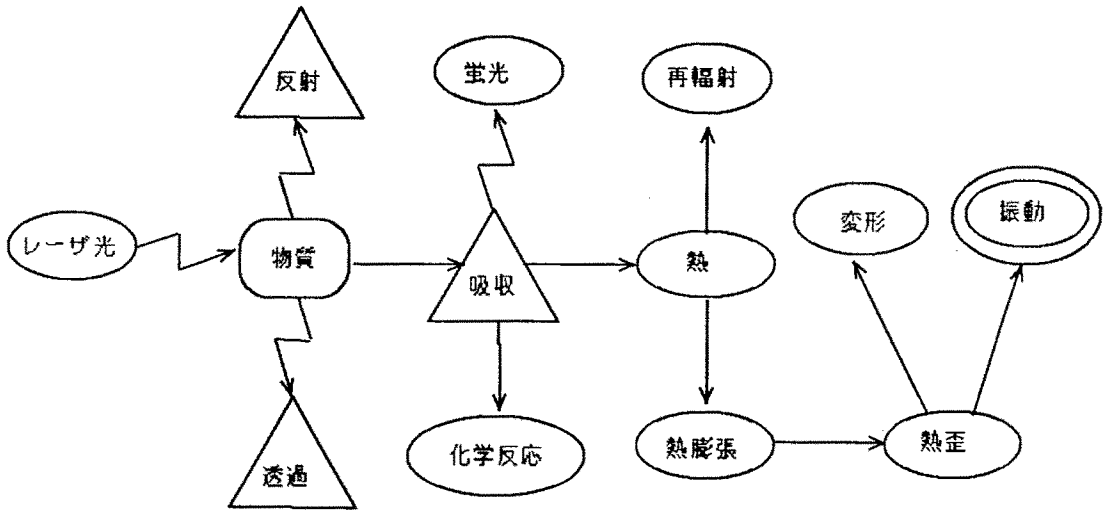
第４章では今回試作した３種類の振動系について、レーザによって駆動し、その振動分布及び入力したレーザのパワーと励振振幅の関係 、定常状態での共振周波数のシフト、レーザの照射点の走査による励振振幅の変化、単一パルス照射に対する応答とそのスペクトルなどを測定しその結果を検討考察してある。また電気的な励振を行い、レーザによる励振と比較することにより、レーザ光入力の機械振動への効率を求めている。

第５章ではレーザによる板状の試料のたわみ振動について、そのメカニズムの理論的な解析を与える。

第６章では以上の結果をまとめ、また今後の問題点を明らかにした。

第２章　原理

物質にレーザ光を照射すると、その一部は反射，あるいは透過して、その他は物質に吸収される。この吸収された光により物質が蛍光を発したり光化学変化を起こしたりするが、それらに使われない吸収されたエネルギーは主として熱となる。この熱の発生により物質は熱膨張する。さらに熱膨張により物質内に歪が生じるので弾性体の場合は弾性的な変形が引き起こされる。このとき入力されるレーザ光がＱスイッチや機械的なチョッパなどで変調されていると弾性体が膨張、収縮を繰り返し、その変調周波数を持った振動が励起される。以上の関係をまとめたものを、Fig.2-1に示す。なお実験では、より大きな振動振幅を得るために振動体の共振を用いている。すなわちレーザ光をＱスイッチによって振動体の共振周波数と同一周波数に変調をかけることにより、振動体を共振させてより大きな振動振幅を得ている。



Ｆｉｇ．２－１　　原理図

ところで光音響効果を理論的に考察する場合、試料の形態（気体、液体，固体）や形状、光源の周波数などによって取り扱い方が異なってくる。すべての状態に対して説明できる統一的な理論は、まだ提出されていないのが現状である[1]。固体材

料に対しては、RosencwaigとGershoによって発表された理論（ＲＧ理論）[2]が代表的である。しかしこの理論では試料の吸光係数が小さかったり、光源の変調周波数が大きくなってくると、実験事実をうまく説明出来なくなってくる。振動の波長が試料の寸法と同じオーダである超音波振動のような場合には、この理論は適用できない。そのような場合、試料自身の形状に依存する振動を考慮して考察しなくてはならない。本論文では第５章で片持ちはり型のたわみ振動子について、第４章の実験を基にして詳細な理論的検討を加えてある。

Fig.2-2　測定系の外観

第３章　測定系

３－１　全体の構成

Fig.3-1-1に測定系全体の構成のブロック図を示す。またFig.3-1-1に示してある１から４までの各点での信号波形をFig.3-1-2に示す。

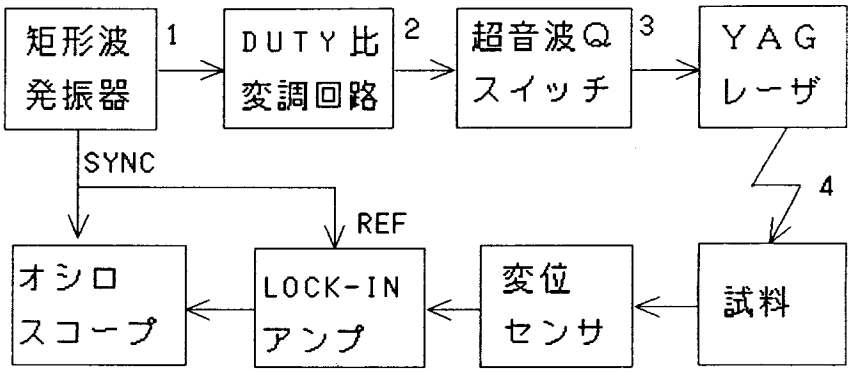


Fig.3-1-1　　測定系のブロック図

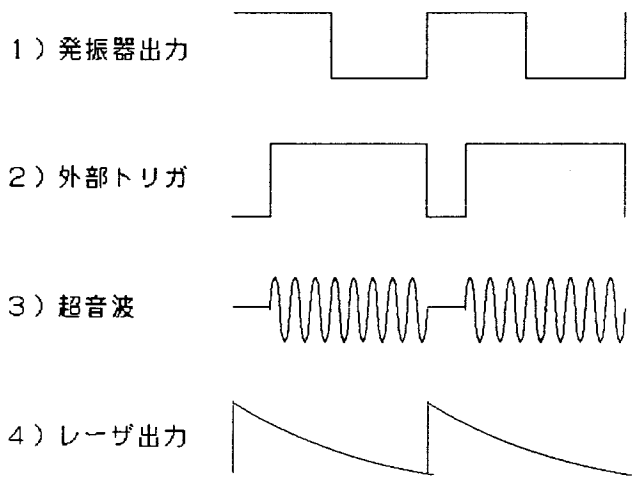


Fig.3-1-2　各点での信号波形

なお今回の実験では変位センサとしてフォトニックセンサと呼ばれる光学的微小変位計あるいは、圧電トランスデューサを用いた。超音波Ｑスイッチおよびｙａｇレーザのくわしいスペックは３－２に示してある。

３－２　Ｑスイッチ付きＹＡＧレーザ

今回の研究で振動を励起する光源として用いた超音波Ｑスイッチ付きＹＡＧレーザを用いた。超音波Ｑスイッチとは弾性体内の超音波と光の相互作用を利用してレーザ光のＯＮ－ＯＦＦを高速で行うものである。その原理を簡単に示す。レーザ発振器に対してブラッグ角をなすように溶融石英で作られた超音波セルを挿入して、そのセルに超音波を進行させると、セル内に粗な部分と密な部分からなる回折格子が出来て、光のエネルギーの一部が回折により共振器の外に流れるので共振器のＱが下がってレーザ発振が抑制される。また溶融石英は光の損失が非常に少ないので、セル内の超音波を止めると共振器のＱが上がって再びレーザ発振を始める（Fig.3-1-2参照）。このようにしてＱスイッチによってレーザのＯＮ－ＯＦＦが制御できるのである。

ここでレーザ本体及びＱスイッチの主なスペックについて以下に示す。

レーザ本体

発振波長	１．０６μｍ	安定度	７％ＲＭＳ以下
発振横モード	ＴＥＭ$_{00}$	最大出力	７Ｗ
偏光	無偏光		
パルス波形	９ページに示す		

超音波Ｑスイッチ

1.06μｍの入射光に対して		発振周波数	４０±０．０１ＭＨｚ
動損失	４０％以上	変調パルス	
静損失	１％以下	繰り返し周波数	１００ｋＨｚ以下

以上

ＮＥＣ　　Ｎｄ：ＹＡＧレーザ取扱説明書より抜粋

以下にフォトダイオードを用いて測定したレーザパルスの波形及びその周波数成分を示す。

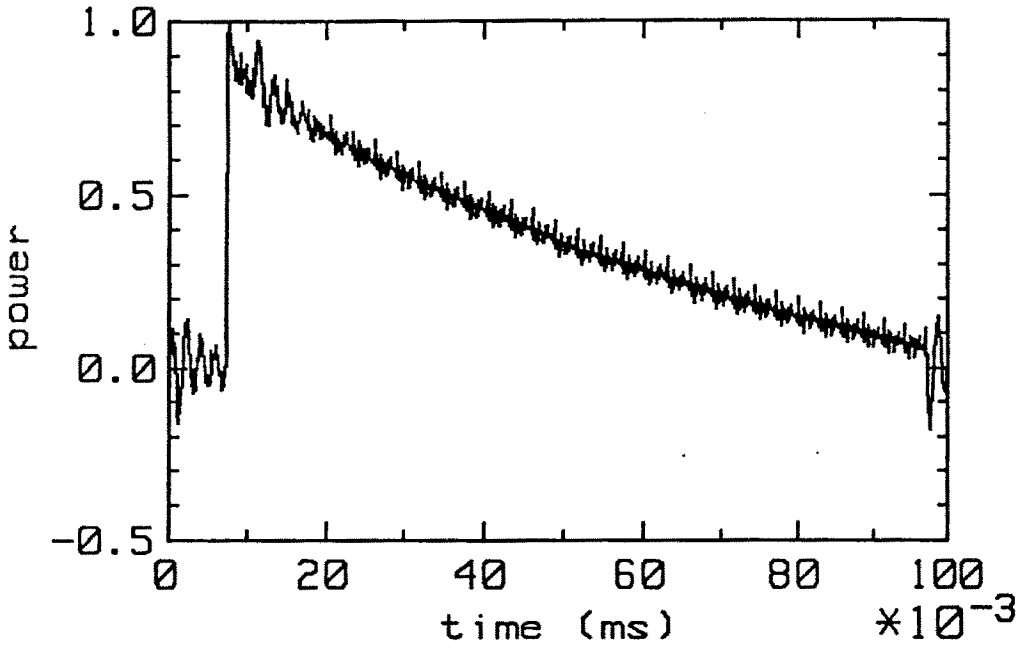


Fig. 3-2-1　　レーザパルスの波形

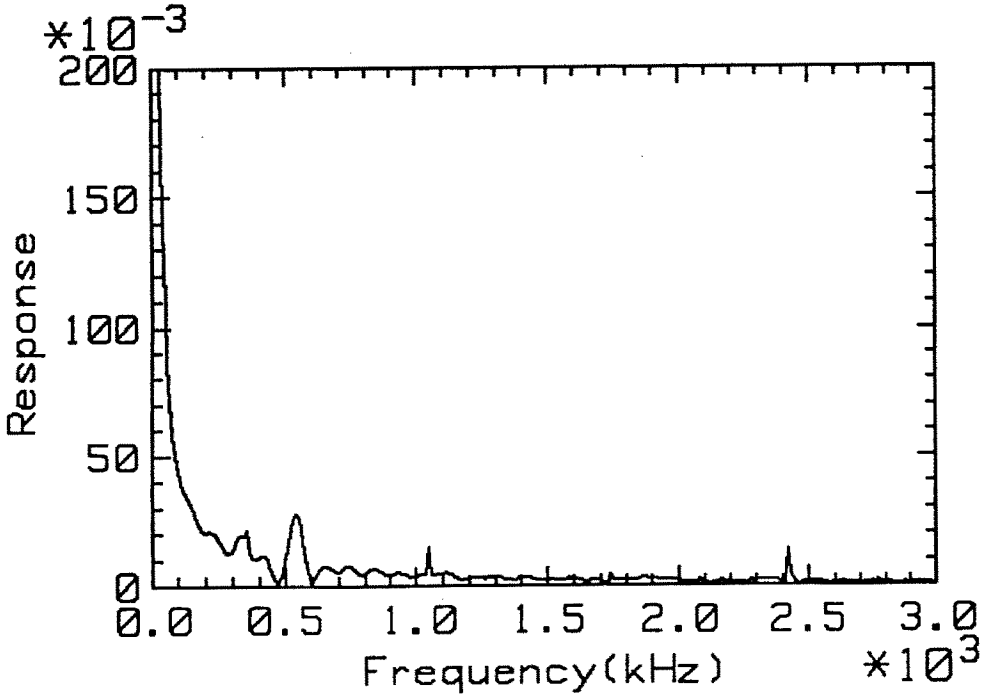


Fig. 3-2-3　　レーザパルスのスペクトル

第４章　実験とその検討

4-1　たわみ振動系

4－1－1　振動系の構成

今回の実験ではFig. 4-1-1に示すような片持ちはり型のたわみ振動子を試作してレーザによる駆動を試みその特性を検討した。なお本研究においては光の吸収を良くするためすべての振動系の受光面は黒く着色てある。また、インピーダンスアナライザで電気的に測定した、たわみ振動子の三次の共振の特性をFig. 4-1-2に示す。

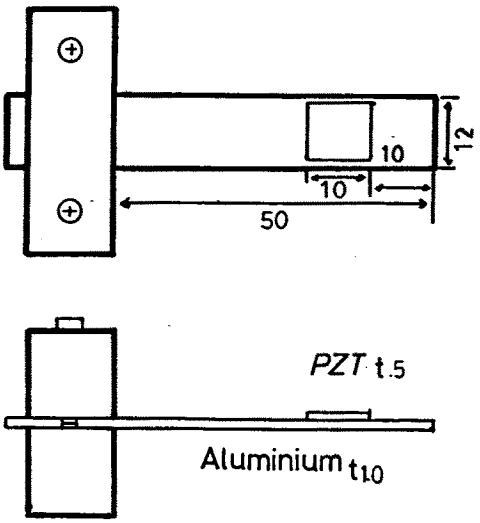


Fig. 4-1-1　たわみ振動子

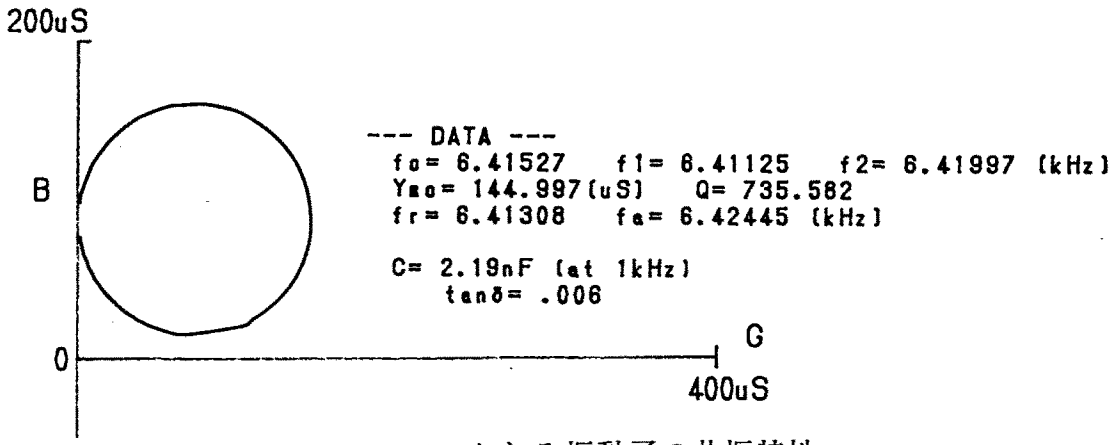


Fig. 4-1-2　たわみ振動子の共振特性

ここで片持ちはりの振動を理解するためにはりの自由横振動についての方程式

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx = -\rho A dx \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} \quad \cdots (1)$$

（E；ヤング率　I；断面二次モーメント　A；断面積　ρ；密度）

を解く。

(1) 式の一般解は (2) 式のように与えられる。

$$y = C_1\sin(kx) + C_2\cos(kx) + C_3\sinh(kx) + C_4\cosh(kx) \cdots (2)$$

一方長さをLとすると、片持ちはりの境界条件は（3）のようになる。

$$y|_{x=0}=0, \quad \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}=0, \quad \left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=L}=0, \quad \left.\frac{d^3y}{dx^3}\right|_{x=L}=0 \quad \cdots (3)$$

(2) 式を (3) 式に代入して整理すると、周波数特性方程式

$$\cos(kl)\cosh(kl) = -1, \quad \cdots (4)$$

が得られる。

(4) 式の最初の三つの根は

$$k_1l=1.875,\ k_2l=4.694,\ k_3l=7.855 \quad \cdots (5)$$

で与えられる。

(2) 式を用いて得られる片持ちはりの正規関数は

$$y = \cosh(kx) - \cos(kx) - \alpha(\sinh(kx) - \sin(kx)) \quad \cdots (6)$$

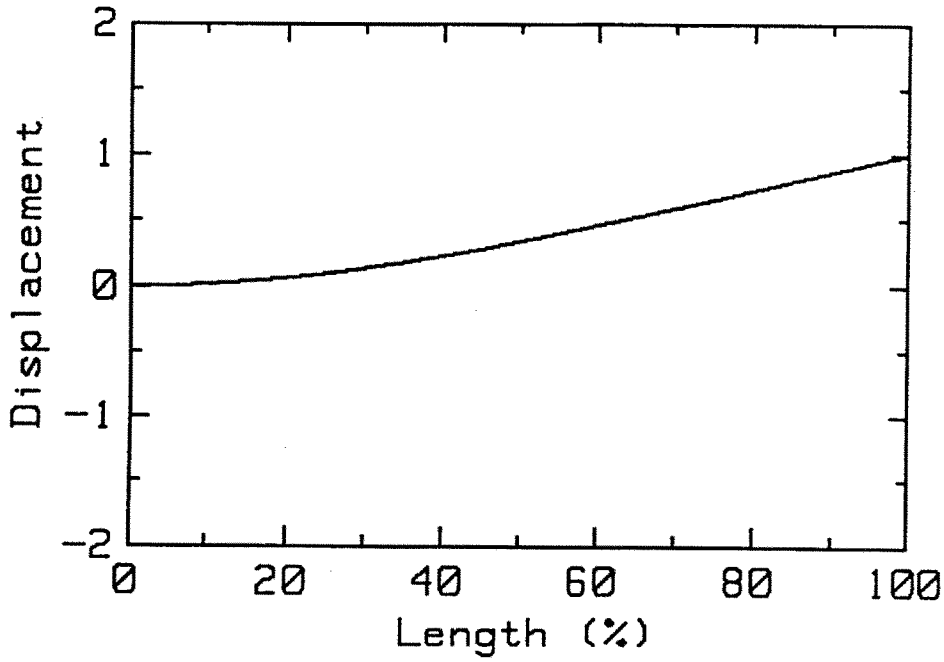
となる。ただしαは、

$$\alpha = \frac{\cosh(kl)+\cos(kl)}{\sinh(kl)+\sin(kl)} \quad \cdots (7)$$

で与えられる。

Fig. 4-1-3に一次、二次、三次共振振動の変位分布を示す。

1次共振



2次共振

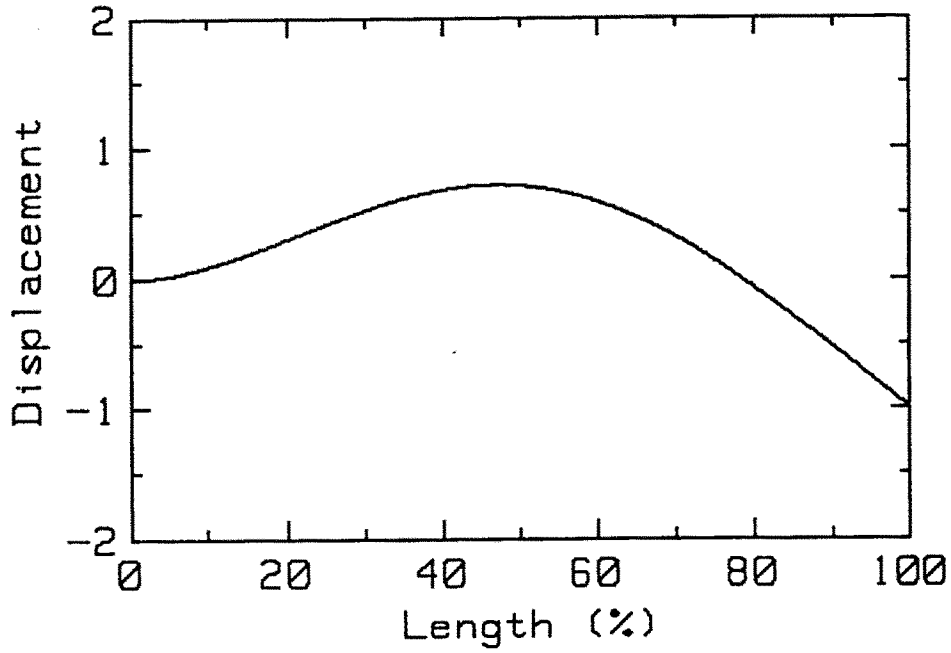


Fig. 4-1-3　たわみ振動子の共振の振動分布（1次、2次）

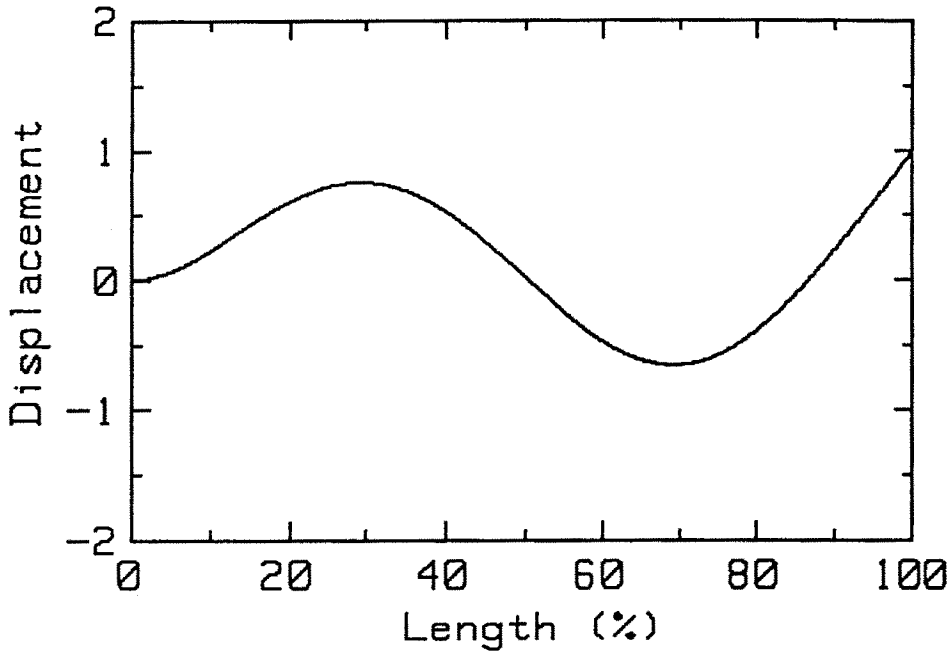


Fig.4-1-3　たわみ振動子の共振の振動分布（３次）

一方、曲げの基礎理論から曲げモーメント及びせん断応力が

$$m = EI\frac{d^2y}{dx^2}\ ,\quad v = \frac{dm}{dX} \qquad \cdots (8)$$

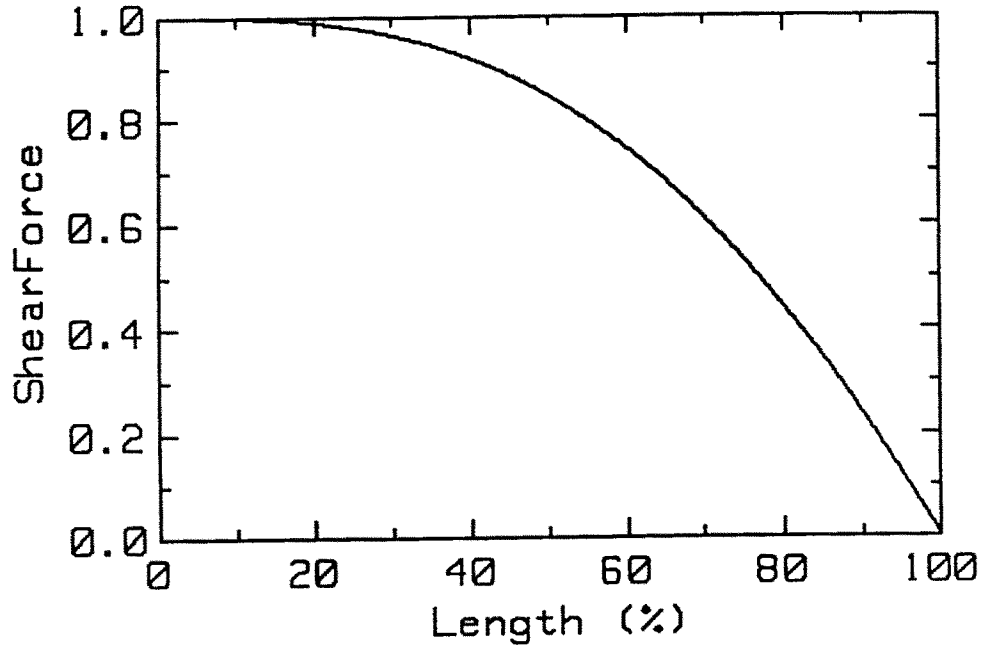
で与えられる。

よって（6）式を用いて、曲げモーメントm及びせん断応力vの正規化関数が

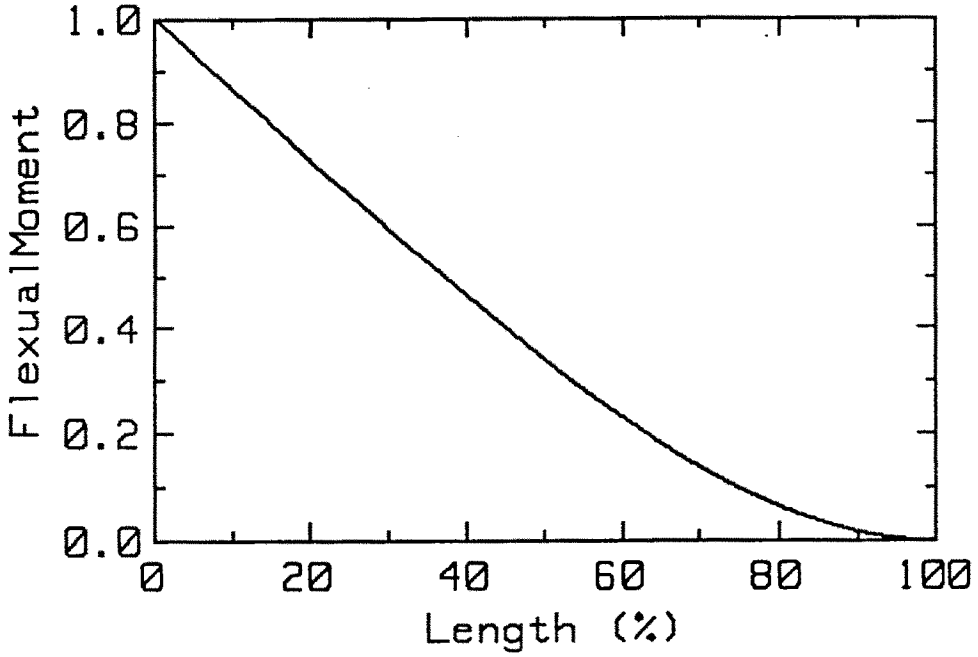
$$v = \sinh(kx) - \sin(kx) - \alpha(\cosh(kx) + \cos(kx)) \qquad \cdots (9)$$

$$m = \cosh(kx) + \cos(kx) - \alpha(\sinh(kx) + \sin(kx)) \qquad \cdots (10)$$

となることが確かめられる。Fig.4-1-4にそれぞれ一次、二次、三次のせん断応力v及び曲げモーメントmの分布の計算結果を示す。

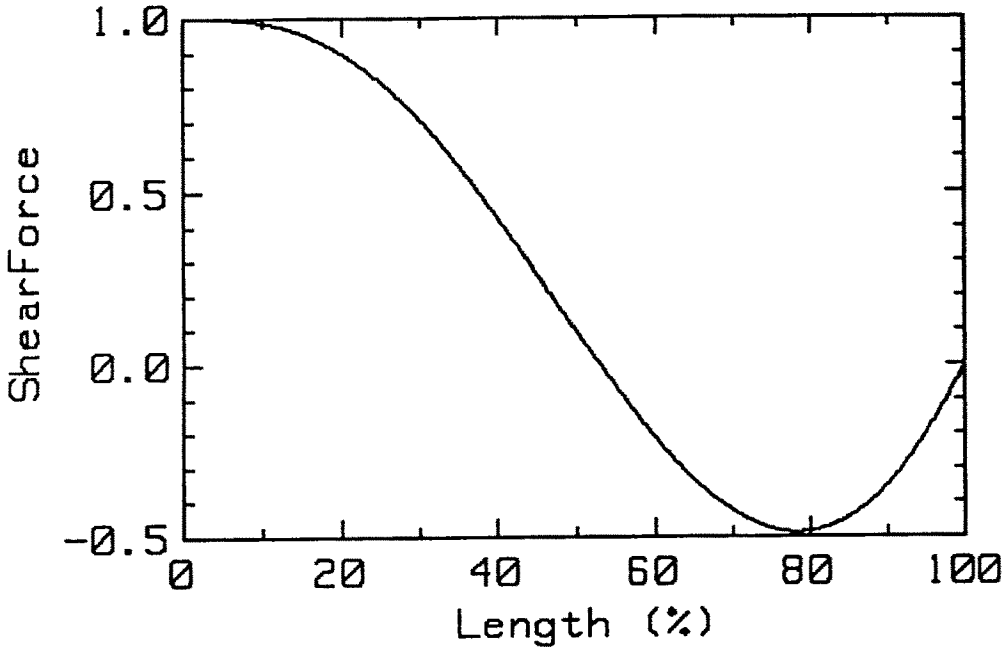


せん断応力の分布

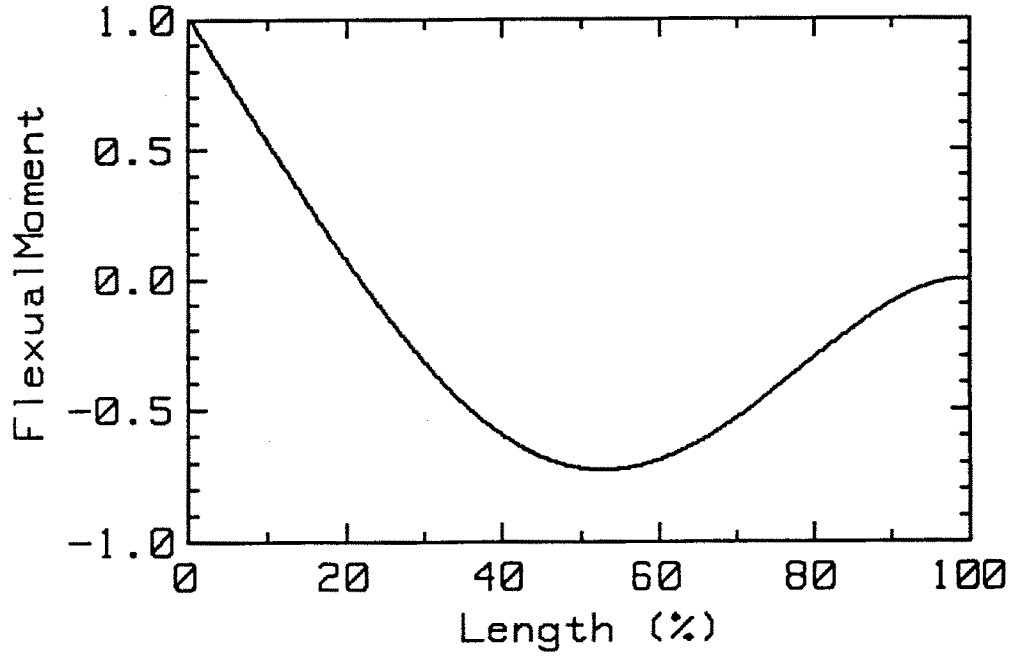


曲げモーメントの分布

Fig. 4-1-4　たわみ振動子のせん断応力、曲げモーメントの分布（１次）

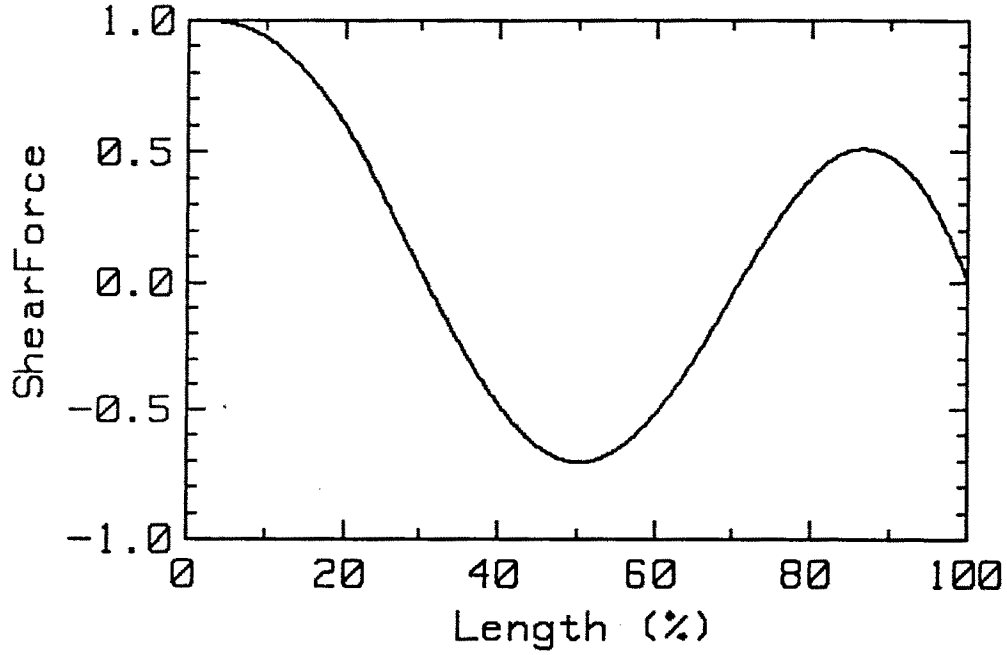


せん断応力の分布

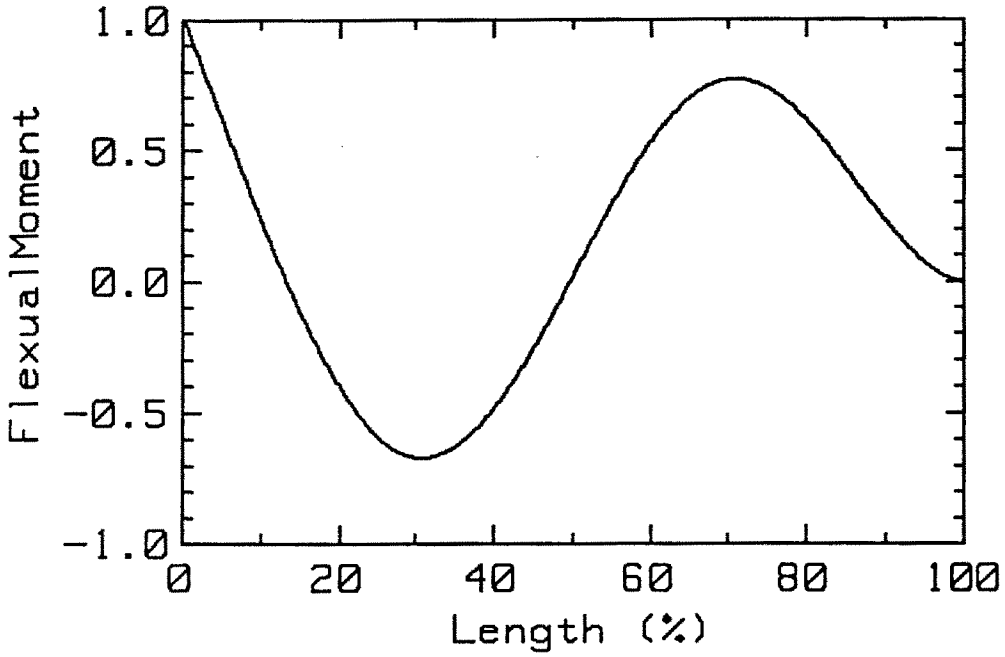


曲げモーメントの分布

Fig. 4-1-4　たわみ振動子のせん断応力、曲げモーメントの分布（２次）



せん断応力の分布



曲げモーメントの分布

Fig. 4-1-4　たわみ振動子のせん断応力、曲げモーメントの分布（３次）

４－１－２　実験及び結果

（変位分布）

Fig. 4-1-1に示した振動系の固定端から３５mmの点に振動系の三次たわみ振動の共振周波数と同一の周波数の変調をかけたレーザを照射して振動を励起したときの振動系の長手方向の変位分布の測定結果及び理論値((6)式より計算）をFig. 4-1-5に示す。

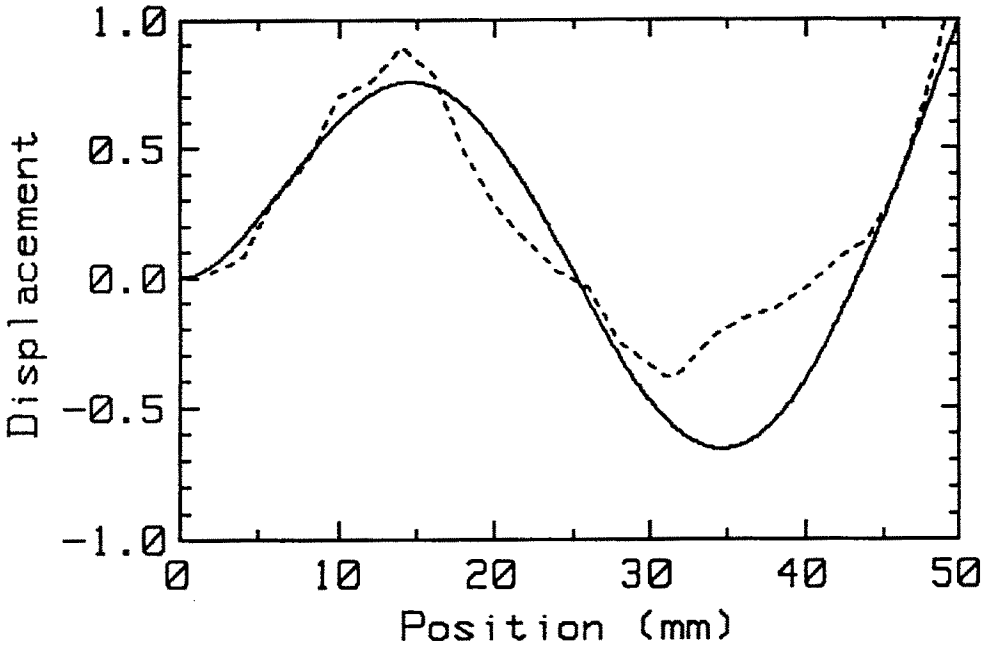


Fig. 4-1-5　変位分布（破線　実測値，実線　理論値）

（レーザパワーに対する最大変位，変換効率，共振周波数のシフト）

レーザのパワー（ここでいうパワーとは平均パワーである。）を変化させると変位、光→機械振動の変換効率、共振周波数はどの様に変化するか実験を行った。なお光→機械振動の変換効率は電気端子から励振した場合とレーザにより励振した場合の振動振幅を比較することによって求めた。

Fig. 4-1-6にそれらの結果を示す。

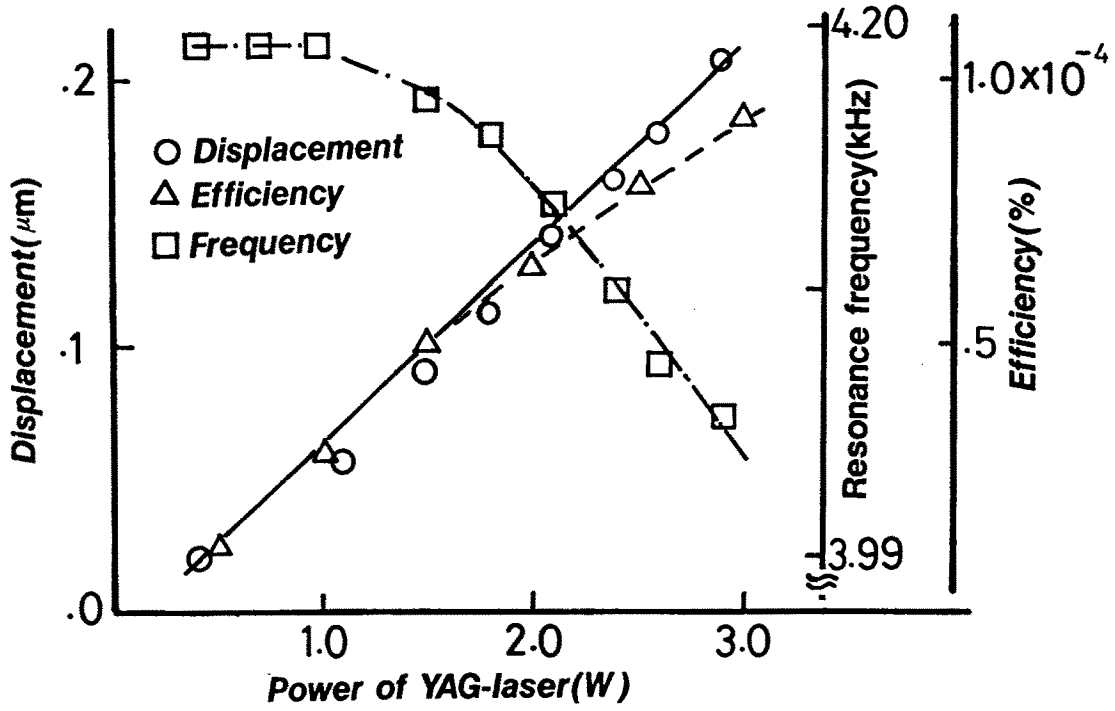


Fig. 4-1-6　レーザパワーに対する最大変位，変換効率，共振周波数のシフト

（レーザ光の走査と振動振幅，曲げモーメント）

レーザ光の照射点を長手方向に走査したときの振動振幅の最大値の変化を調べた。これと計算で求めた曲げモーメント（検討の項参照）の分布をFig. 4-1-7に示す。

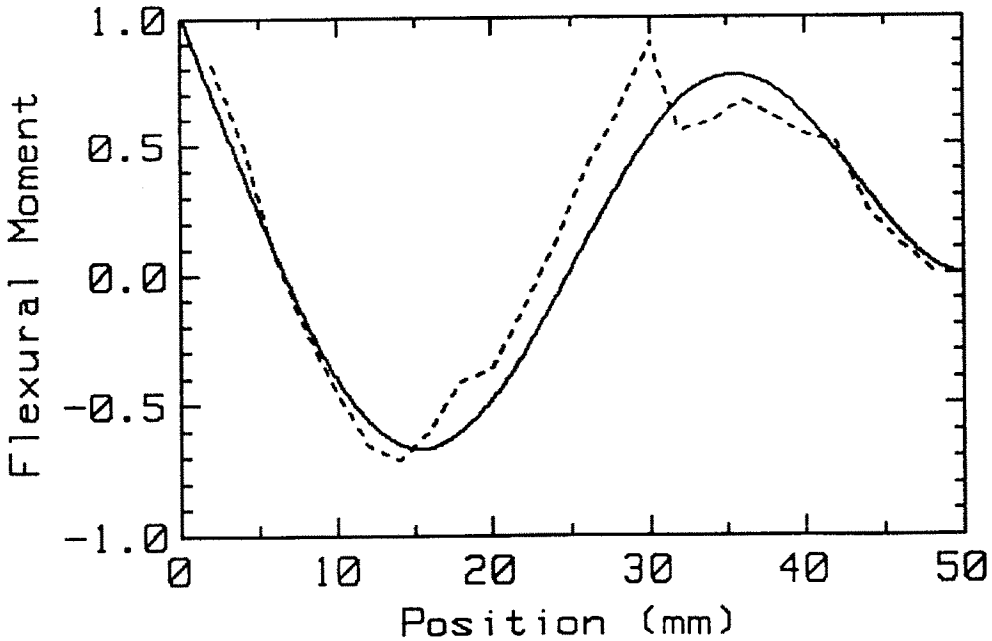


Fig. 4-1-7　レーザ光の走査と，振動振幅，曲げモーメント分布

（破線　振動振幅（実測値），実線　曲げモーメント（理論値）

４－１－３　検討

まず変位分布の計測結果Fig.4-1-5を見ると図でposition（固定端からの距離）が３０～４５ｍｍの点を除いてほぼ（6）式より計算される理論上の変位分布と一致した。positionが３０～４５ｍｍの点では測定値が理論値よりかなり小さくなっている。これは３０～４０ｍｍの位置にはfig.4-1-1のようにトランスデューサがはりつけてあるために振動がダンプされてしまったものと思われる。以上の検討より振動系の三次たわみ振動の共振周波数と同一の周波数の変調をかけたレーザを照射することによって三次のたわみ振動が励起されていることは明かである。

次にFig.4-1-6について検討する。実験結果よりレーザによる励振では、振動変位Uはレーザの入力パワーP_Lに比例している。一方電気端子からの入力パワーをPEとトランスデューサに流れる電流をＩとすると　$I \propto P_E^{1/2}$　である。Ｉは振動速度に比例することが知られているので　$U \propto P_E^{1/2}$　の関係が導き出される。よって光→機械振動の変換効率をηとすると

$$\eta \fallingdotseq P_E / P_L \propto U^2/P_L \propto P_L^2/P_L = P_L$$

となって効率ηは入力パワーに比例する。共振周波数のシフトについては第５章で検討する。

Fig.4-1-7はレーザ光の照射点を長手方向に走査したときの振動振幅の最大値の変化を測定したものである。振動体はレーザ光を吸収することによって熱を発生するのであるが、レーザを片側から照射するため温度分布が振動体の厚さ方向に不均一となる。このため振動体に曲げモーメントが生じる。特に試料が薄い場合長さ方向や厚さ方向の伸びに対して曲げによる変形が顕著になる。これを模式的に示したのがFig.4-1-8である。したがってあるモードで励振する場合、レーザの照射点を走査することによって各点での曲げモーメントの

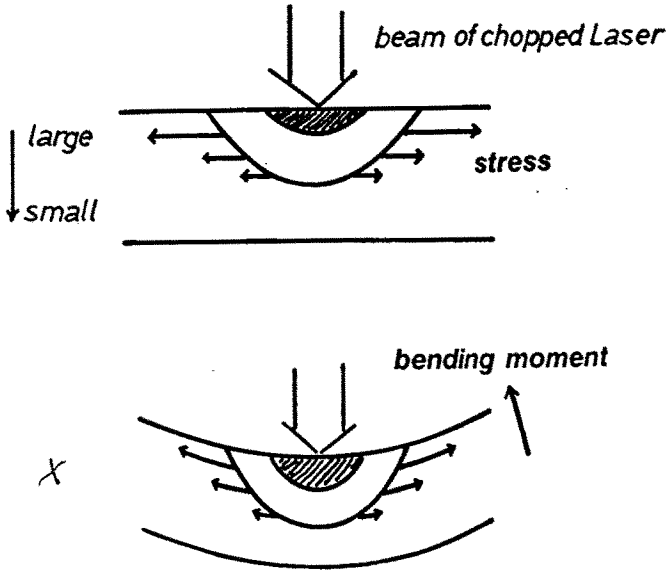


Fig.4-1-8

果でもトランスデューサがはってある位置で多少ズレがあるもののほぼ実測値と計算値が良く一致しているといって良いであろう。なお詳しい解析を第５章で行った。

４－２　たて振動系

４－２－１　振動系の構成

Fig.4-2-1に示すようなたて振動子を試作してたわみ振動系と同様の実験を行った。電気的に測定した１次のたて振動の共振の特性をFig.4-2-2に示す。

写　真

Fig.4-2-1 たて振動子

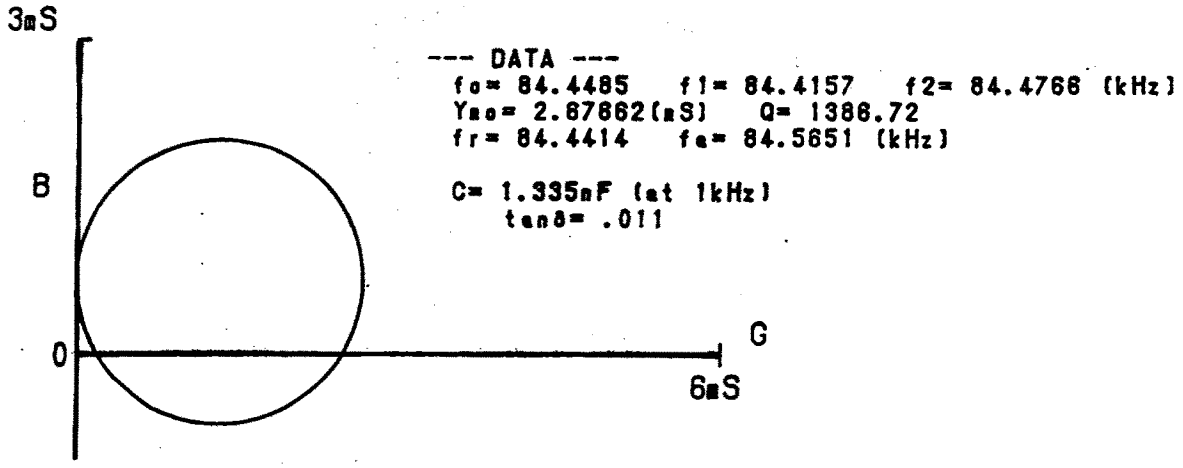


Fig.4-2-2　たて振動子の１次の共振特性

4－2－2　実験及び結果

レーザによって励振される、たて振動系の振動振幅は、たわみ振動系と較べると非常に小さい。従ってフォトニックセンサで直接変位を測定することは難しい。これに対してトランスデューサの感度は比較的高いので、今回は振動系のトランスデューサの短絡電流（振動速度に比例）を励振の大きさを示す指標としてたわみ振動子と同様の実験を行った。Fig. 4-2-3にレーザのパワーに対する変換効率，周波数のシフト、Fig. 4-2-4に、レーザの走査と振動振幅，応力分布を示す。

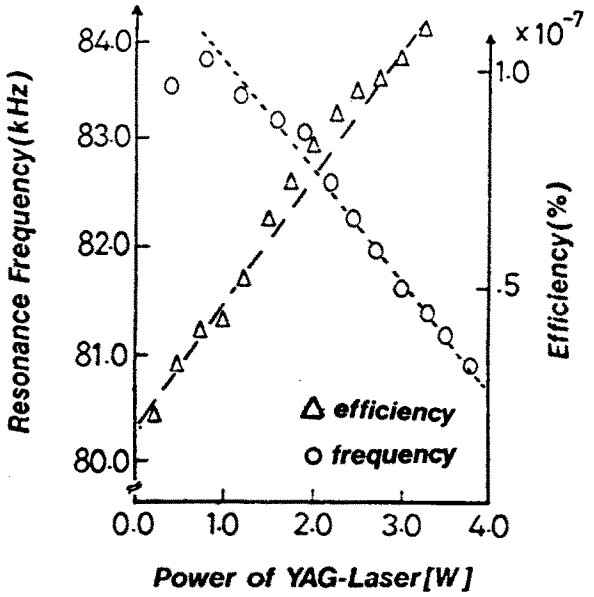


Fig. 4-2-3　レーザパワーに対する変換効率，周波数のシフト

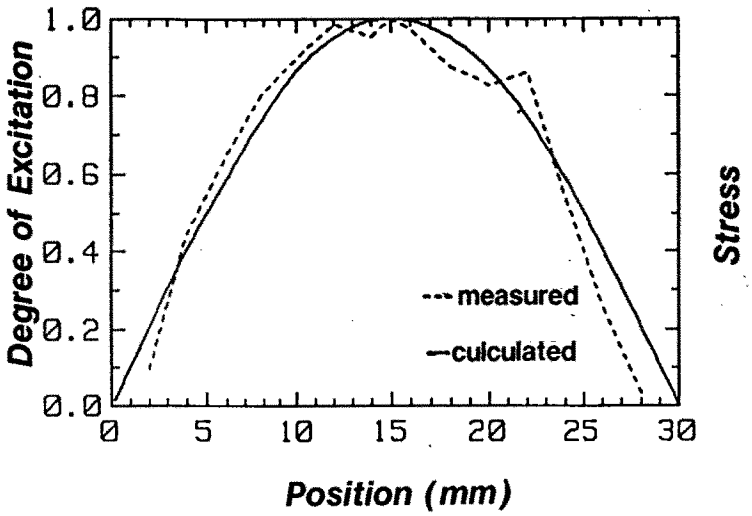


Fig. 4-2-4 レーザの走査と振動振幅，たて応力分布

4－2－3　検討

両端が自由で長さLである棒の1次のたて振動のたて変位分布 u は

$$u = C_1 \cos(\pi x/L) \qquad \cdots\cdots \qquad (11)$$

で与えられる。

ここで棒の断面積をA、ヤング率をE、軸方向の力をs、応力をσとすると

$$s = A\sigma = EA\frac{\partial u}{\partial x} \qquad \cdots\cdots \qquad (12)$$

が成り立つ。

(12) に (11) を代入して計算すると

$$\sigma = C_1' \sin(\pi x/L) \qquad \cdots\cdots \qquad (13)$$

となる。

レーザを照射すると、たて振動系の場合は厚みが大きいので曲げはあまりは生じないで軸方向及び厚さ方向の伸びの方が大きくなる。よってレーザを照射することによって引き起こされる軸方向の応力σによって振動が起こっていると考えることが出来る。この考えを用いるとレーザを照射する点を走査することによって各点での応力に比例した振動振幅を得ることが出来るであろう。Fig.4-2-3を見ると理論値と計算値が良く一致しており、上記の検討を実証している。

また光→機械振動の変換効率をηとするとFig.4-2-2からたて振動系にも、

$\eta \propto P_L$　の関係が見られ、効率ηは入力パワーに比例している。

定常状態での共振周波数のシフトは、たわみ振動系と較べると大きい。試作したたわみ振動系では金属製の固定端のホルダーから熱が逃げるのに対して、たて振動系ではプラスチックのネジで固定しているため熱があまり逃げないでかなり温度が上昇した。振動体の温度上昇はレーザの入力パワーに比例すると考えられるので、共振周波数は負の温度係数を持つ。このように温度が上昇すれば線形的に共振周波数が下がる。

４－３　ランジュバン型振動子

４－３－１　振動子の構成

Fig. 4-3-1に電気的に測定したランジュバン型たて振動子の周波数特性を示す。

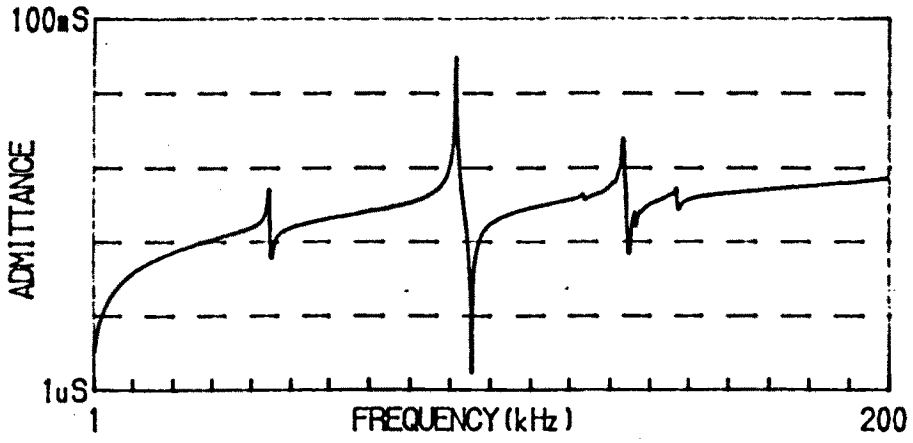


Fig. 4-3-1　周波数特性

４－３－２　実験及び結果

この実験ではランジュバン型たて振動子に対して軸方向に単一パルスレーザを入射したときの応答（電気端子からの出力電圧）をトランジェントメモリでサンプリング間隔1.0μｓでサンプリングした。その波形をFig. 4-3-2に示す。

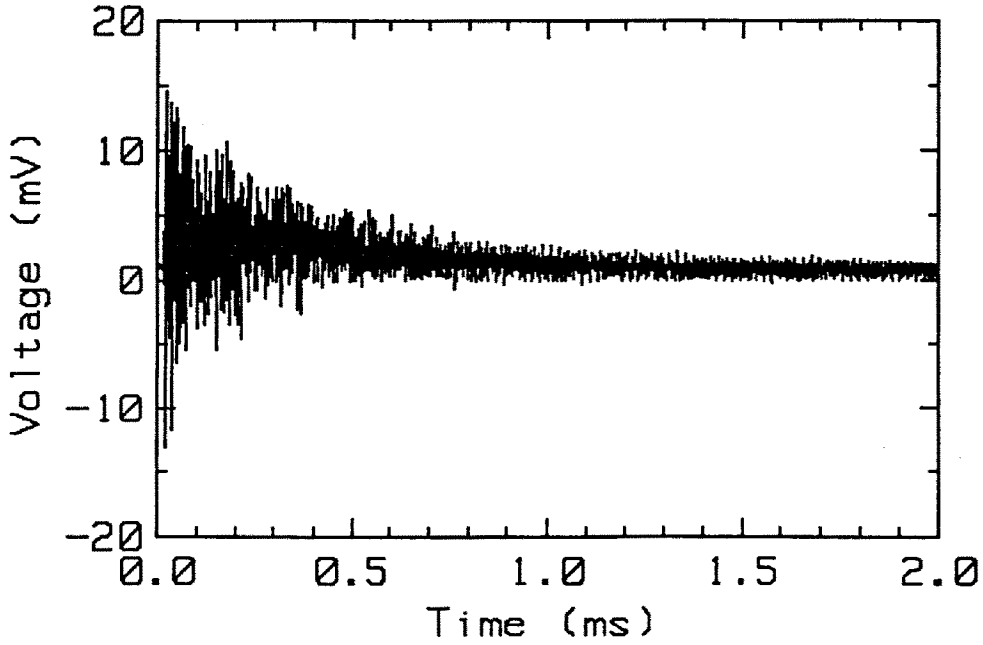


Fig. 4-3-2　単一パルスレーザ光入力に対する応答

また Fig.4-3-2に示す波形からフーリエ変換して求めたスペクトルをFig.4-3-3に示す。

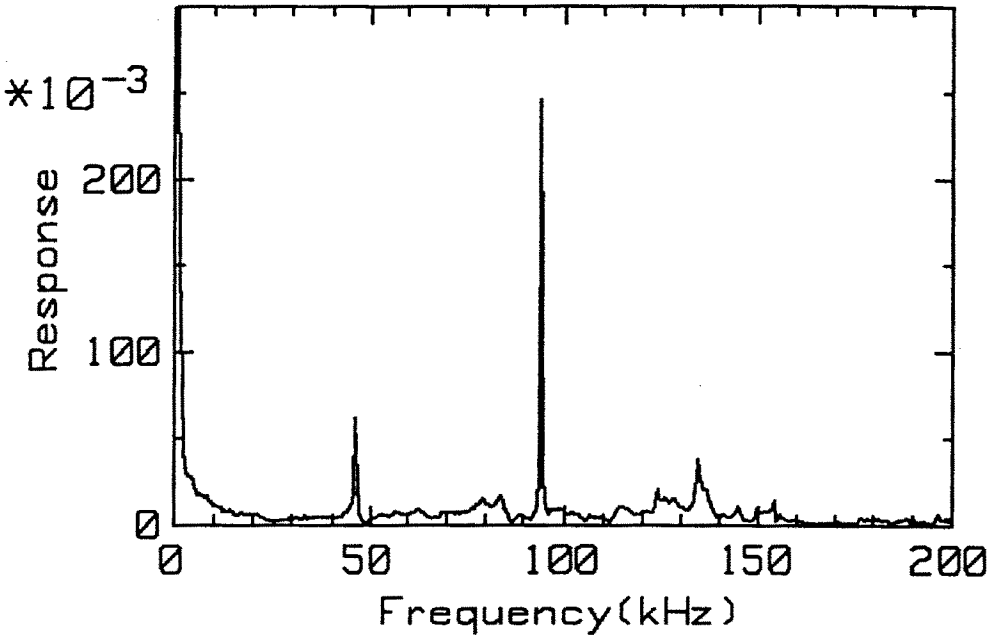


Fig.4-3-3　スペクトル

４－３－３　検討

Fig.4-3-5にレーザによる測定の等価回路と電気的な測定の等価回路を示す。Fig.4-3-3を見ると、電気的に測定したときとレーザで測定したときの周波数特性は、ほぼ一致している。しかし、たとえば２つ目の共振を見ると電気的に測定したときには９１．７ｋＨｚ，レーザで測定したときには９３．７ｋＨｚとなっている。他の共振点を見てもいずれもレーザで測定した方が上方にずれている。この原因を考える。

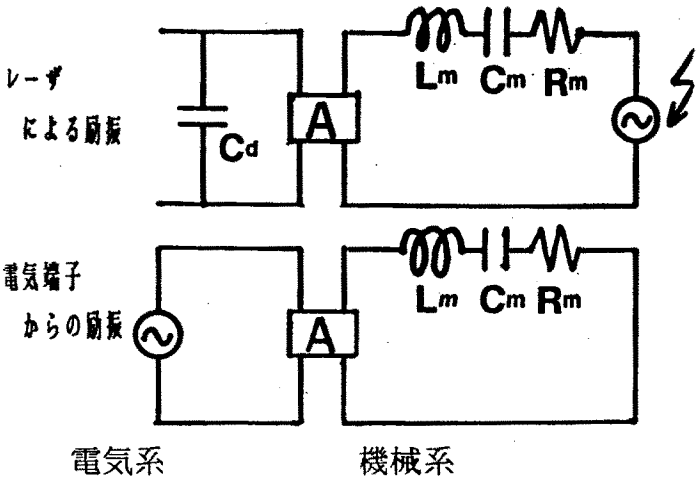


Fig.4-3-5

測定系の等価回路

上図に示すように測定している共振系の等価回路が両方式で異なっている。このためレーザによる測定では、得られた値を補正してやる必要がある。

機械系の共振周波数をｆ，レーザによる測定で得られた共振周波数をｆ’とすると

$$f = 1/\{2\pi (L_m C_m)^{1/2}\},\quad f' = 1/[2\pi \{L_m\ C_m C_d/(C_m+C_d)\}^{1/2}] \quad \cdots (14)$$

よって補正した共振周波数f_Lは　$f_L = f\{C_d/(C_m+C_d)\}^{1/2}$　　・・・（15）

（15）式を用いて補正した共振周波数を求めると

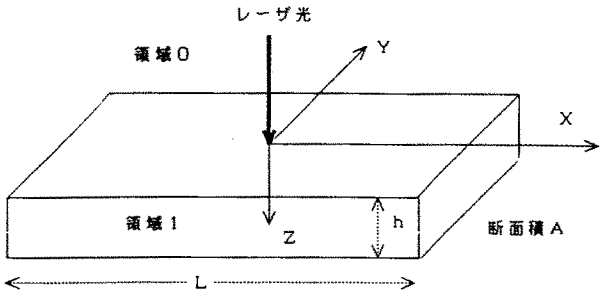
f_L＝９１．７ｋＨｚ　　となり電気的な測定値と一致する。

ところで励振の度合いが大きくて、Ｓ／Ｎ比の向上が望めるならば端子間を短絡して電流プローブで短絡電流を測定すれば上記の補正は必要がなくなることがFig.4-3-5から導き出される。

第５章　理論的検討

５－１　レーザにより励起される、たわみ振動のメカニズム

Fig.5-1にこの章で解析するたわみ振動系の模式図を示す。



Ｆｉｇ．５－１

＊レーザの吸収と温度分布

レーザ光が試料に照射すると、一部が反射され、一部が試料によって吸収される。試料によって吸収のメカニズムは異なるが、金属やセラミクスのような材料の場合では、光のエネルギーの吸収は、ほとんど試料の表面で起こる。吸収された光は反射係数β、体積吸収係数α、Gaussianレーザビームの有効半径ａとすると、

熱流れ　$$Q(r,t) = \frac{2P(t)\alpha}{\pi a}(1-\beta^2)\exp(-\alpha z)\exp(-2r^2/a^2) \quad \cdots \quad (16)$$

に変換される。正確に言うと、光→熱の変換効率が100％ではないので、ηという変換効率がかかる。

ところで実際に実験では、ロックインアンプを用いているので、ここで、注目する周波数の成分について解析すればよい。Jacksonら[3]に従って、試料における温度分布が次の式で与えられる。

$$T_1(r,t) = 1/2 \int_0^\infty \delta \, d\delta \, J_0(\delta r)[\Gamma(\delta)\exp(-\alpha z')+A(\delta)\exp(-\beta_1 z') + B(\delta)\exp(\beta_1 z')]\exp(j\omega t),\ z=z'+h/2 \quad (17)$$

ここで、$T_1(r,t)$が領域１での温度で、ｒは極座標である。

また　$$\Gamma(\delta) \equiv \frac{P(\omega)\alpha\exp(-(a\delta)^2/8)}{\pi^2\kappa_1(\beta_1^2-\alpha^2)},\quad \beta_1^2 \equiv \delta^2+j\omega/k_1 \ (l=0,1,2)$$

$\cdots$（18）と定義する。

κ_1は熱伝導係数，C_1は等積比熱である。また$k_1 = C_1 / \kappa_1$

$A(\delta), B(\delta)$の定義は付録Ａ参照

＊　温度モーメント　　Parkus[4]に従って、

$$M_T = 12/h^3 \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-h/2}^{h/2} T(r,t)z\,dz \quad \cdots\cdots \quad (19)$$

と温度モーメントを定義すると、

板状の試料の曲げ振動の支配方程式は

$$K\nabla^2\nabla^2 W = -(1+\nu)\alpha_t K\nabla^2 M_T - \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad \cdots\cdots \quad (20)$$

と書ける。

ここで、$K = \dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ，　α_t＝線膨張係数，ν＝ポアソン比　・・・　(21)

ここでは、一次元問題を考えているので（20）式を次の式に書き直すことができる。

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = -(1+\nu)\alpha_t K \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int dy M_T - \rho A \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad \cdots \quad (22)$$

ここで、

$$EI = \frac{Eh^2 A}{12(1-\nu^2)}, \quad A=\text{断面積} \quad \cdots\cdots \quad (23)$$

（22）式は、よく知られている境界条件で解くことができる[5]。ここで、まず式に現れた積分について計算しておく。これは付録Ｂに示されるように

$$\frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2} = 12/h^3 \int_0^\infty d\delta\ Q(\delta,x)\delta[\Gamma(\delta)P(\alpha,h)+A(\delta)P(\beta_1,h) + B(\delta)P(-\beta_1,h)], \quad \cdots\cdots \quad (24)$$

と計算される。

参考文献(5)によると、方程式（24）の解が

$$W(x,t) = \frac{2}{A\rho L}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{Y_n(x)}{\omega_n^2}\int_0^L Y_n(u)du\int_0^t (1+\nu)\alpha_t K\frac{\partial^2 M_T(u,t)}{\partial x^2}\sin(\omega_n(t-\tau))d\tau \quad \cdots\cdots \quad (25)$$

で与えられる。ここでY_nは　Normal Mode　である。

＊　定性的な考察

レーザによる熱がほぼ照射点に限られ、また、レーザのスポットが振動の波長と比べて十分に小さいので、X_0をレーザの照射点として

$M_T(x,t)=\delta(x-x_0)\exp(j\omega t)$　・・・（26）　　と仮定できる。

従って、（25）式では、空間積分の項が

$$\int_0^L Y_n(u)du \quad \frac{\partial^2 M_T(u,t)}{\partial x^2} \quad \propto \quad \frac{\partial^2 Y(x_0,t)}{\partial x^2} \qquad \cdots (27)$$

と近似できる。これより次の結論が得られる。

<u>レーザの照射位置をかえるとき、ある点で測定された振動振幅が曲げモーメントの分布に対応する。</u>

＊　物理的な考察

実際の実験条件では、アルミ金属板の回りは空気であるので、

$g=\kappa_0\beta_0/\kappa_1\beta_1=0.09$、$b=\kappa_2\beta_2/\kappa_1\beta_1=0.09$、

また　$\alpha \ll \beta_1$　であるから　$\gamma=\alpha/\beta_1 \fallingdotseq 0$

よって近似的に g=0.0, b=0.0, γ=0.0として良い。

また付録Aに上式を代入するとA(δ),B(δ)も近似的に零と置き直せる。

このようにして

$$\frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2}=12/h^3\int_0^\infty \delta\ Q(\delta,x)\delta\Gamma(\delta)P(\alpha,h)\,d\delta \qquad \cdots\cdots (28)$$

と近似できる。さらに、$P(\alpha,h) \fallingdotseq -1/\alpha^2$ と近似して上の式に代入すると、

$$\frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2}=12/h^3\ \frac{P(\omega)}{\pi^2\kappa_1\alpha\beta_1^2}\int_0^\infty \delta\cos(\delta x)\ \exp(-(\delta a)^2/8)\,\delta \cdots (29)$$

が得られる。

Fig. 5-2に（29）式の積分を計算した結果を横軸をx/aにして示してある。

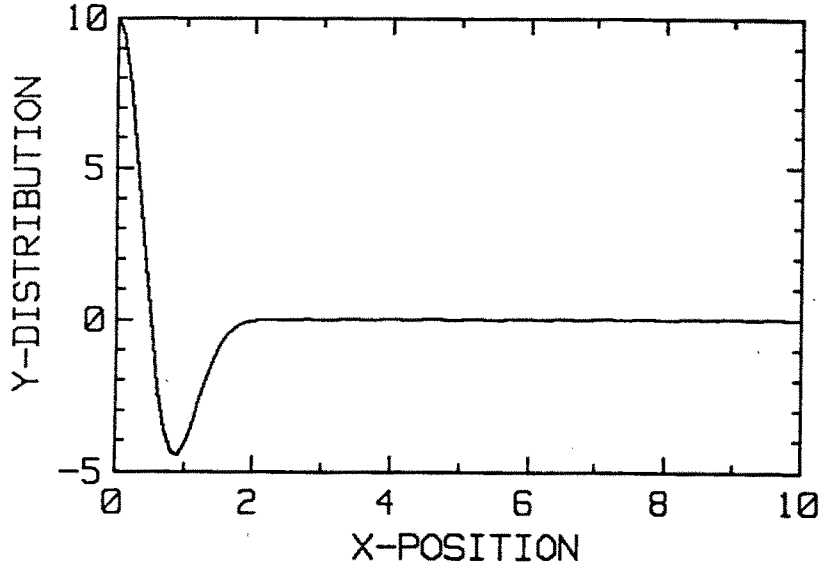


Fig. 5-2　積分の数値計算結果

5 － 2　共振周波数のずれ

この節では、実験で観測されるように、振動体の共振周波数がレーザの照射によってシフトすることを説明する。実際に振動板が熱の発生とともに、温度に膜応力が働くので、その影響を無視することができない。Parkusによれば、膜応力を考えに入れた場合では、支配方程式は

$$EI\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = -(1+\nu)\alpha_t K\nabla^2\int dyM_T + \rho A\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + N_x\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad \cdots (30)$$

$$N_x = -D(1+\nu)\alpha_t N_T,\ D = EA/(1-\nu^2),\ N_T = 1/h\int_{-h/2}^{h/2} T(z)dz \quad \cdots (31)$$

$N_x\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$ という項が振動体の膜応力を表してある。

厳密には他の項も存在するが、ここではそれらの項は無視出来る。今レーリー商を用いることによって直ちに共振周波数のずれを

$$(\phi_n^0, \phi_n^0)\rho A(\omega_n'^2 - \omega_n^{02}) = -(\phi_n^0, N_x\partial^2\phi_n^0/\partial X^2) \quad \cdots (32)$$

と書ける。ここで、$_n$ がある共振モードを示し、^{0} が摂動がないときの固有関数を表してある。また、(f,g) は自乗内積である。N_xの定義式を代入すると、

$$(\omega_n' - \omega_n^0) = \frac{D(1+\nu)\alpha_t}{2\rho A\omega_n^0}\ \frac{(\phi_n^0, N_t\partial^2\phi_n^0/\partial X^2)}{(\phi_n^0, \phi_n^0)} \quad \cdots (33)$$

＊　考察

簡単な場合を考える。N_x=const.とする。（33）では、部分積分によって

$$(\omega_n'-\omega_n^0) = \frac{-D(1+\nu)\alpha_t N_T}{2\rho A\omega_n^0} \frac{(\partial^2\phi_n^0/\partial X^2,\ \partial^2\phi_n^0/\partial X^2)}{(\phi_n^0,\ \phi_n^0)} < 0 \quad (34)$$

すなわち共振周波数が下がる。

また、平均温度は入力光パワーW（光）に比例するので　$N_T \propto W$（光）　となる。

よって共振周波数のズレ　$\Delta f n \propto W$（光）となる。

＊　定量的考察

$\partial\phi_n^0/\partial X = \beta_n^0\phi n^0$ とおくと、

$$(\omega_n'-\omega_n^0) = \frac{-D(1+\nu)\alpha_t N_T(\beta_n^0)^2}{2\rho A\omega_n^0} \frac{(\phi_n^0,\ \phi_n^0)}{(\phi_n^0,\ \phi_n^0)} \quad \cdots (35)$$

ここで、$C_0=(EI/\rho A)^{1/2}$，$C_0(\beta_n^0)^2=\omega_n^0$及び $D=12EI/h^2$という関係式を利用すると、上の式を次の形に書き直せる。

$$(f_n'-f_n^0) = -1/(2\pi h)\alpha_t N_T\left(\frac{3E(1+\nu)}{(1-\nu^2)\rho}\right)^{1/2} \frac{(\phi_n^0、\phi_n^0)}{(\phi_n^0、\phi_n^0)} \quad \cdots (36)$$

すなわち周波数に関する関係となる。

アルミの場合、 $E = 7.03\times10^{10}$(Pa)，$\rho = 2.69$ (g/cm³)，ν=0.34,

α_t=23.1 10^{-6} (K^{-1})、h = 1.0(mm)を代入すると、

$$(f_n'-f_n^0) = -46.41N_T \frac{(\phi_n^0、\phi_n^0)}{(\phi_n^0、\phi_n^0)} \text{ (Hz)} \quad \cdots (37)$$

となる。

第６章　結論

６－１　まとめ

以下に本研究で得られた成果を列挙する。

１）　レーザを用いて光音響法によって、たて，たわみなど各種の振動モードを持つ超音波振動子を非接触で駆動できる事を実験により確認した。

２）　振動体の共振周波数とと同一の周波数で変調したレーザ光で振動体を励振する事によって、その振動モードを非接触で測定できる事を確認した。

３）　照射したレーザのパワーと励振される振動振幅の間に比例関係がある事を実験的に明らかにした。

４）　振動体の共振周波数は熱の発生により、入力するレーザパワーの増加に対して線形的に下がる事を実験，定量的な考察の双方により示した。

５）　たわみ、たての２種類の振動子についてレーザの照射位置を走査する実験を行った結果、レーザの照射位置を走査したとき、ある点で測定された励振振幅が曲げモーメントあるいはたて方向の応力の分布に対応する事を示した。また理論的にもこの関係を導出した。これらより歪みあるいは曲げモーメントの大きくなるべき位置に光を照射すると振動を有効に励振できる事を明らかにした。

６）　振動体に単一パルスのレーザ光を入射してその応答を調べ、スペクトル分析を行う事により振動体の共振周波数を求めることが出来る事を確認した。

７）　それぞれたて、たわみの振動モードを持つ２種類の振動子について電気的に励振した場合とレーザにより励振した場合の振動振幅あるいはトランスデューサの短絡電流を比較する事によってレーザ光出力が機械振動に変換される効率を求めた結果10^{-4}～10^{-5}％であった。

今後はより定量的な議論を進めていく必要があると考えられる。そのためには今回は測定できなかったが振動体及び周囲の空気の温度分布、あるいは振動体表面での光の反射係数等を測定する事は必要不可欠であろう。これにより測定の最適化（冷却のの是否、表面処理等）が図られる。また、たて振動などの励振させにくい振動モードを厳密な意味で非接触で測定するためには、より感度の高い（ｎｍオーダまで測定できる）非接触のセンサが必要である。

謝辞

本研究を行うに当たり、終始熱心にご指導してくださった上羽　貞行助教授に感謝します。また助手の黒澤　実先生には研究を進めるに当たり実際面での細かい指導をしていただきました。ありがとうございました。飯田　治久技官には写真撮影等のめんどうな仕事をたくさんお願いしました。お礼申し上げます。

博士課程３年の王　寧先生には研究の手ほどきをしていただいたばかりでなく、ドクター論文の作成で忙しい時でも私の些細な質問に快く答えてくださいました。心より感謝いたします。

またこの１年間様々な面でご協力いただいた、上羽研究室の　博士課程１年　中村健太郎氏、修士課程２年　杉本恒美氏、西田一仁氏　同１年　小池義和氏、高杉晶久氏にお礼申し上げます。

研究員の梅田幹雄氏（アルプス電気）、間瀬比呂志氏（三井石油化学）のお双方には研究面で貴重なアドバイスをいただいたばかりでなく実生活面でも大変お世話になりました。ありがとうございました。

最後になりましたが１年間苦楽をともにして、私につき合って下さった同僚の伊藤貴章氏に深く感謝したいと思います。

参考文献

1）沢田嗣郎編：　光音響法とその応用－ＰＡＳ　第４章

2）A.Rosencwaig, A.Gersho：J.Appl.Phys., 47, 64 (1976)

3）W.B.Jackson　他：Appl.Opt., 20, 8 (1981)

4）Parkus　著/渥美光　訳：　固体の力学シリーズ2　　熱弾性　第４章

5）Karl F.Graff：　Wave motion in elastic solid　　chapter 3

関連発表

林禎，王寧，黒澤実，上羽貞行：”ＹＡＧレーザを用いた振動体の非接触駆動”
日本音響学会平成２年春期研究発表会（発表予定）

付録 A ：

この付録では、(17)式で定義した関数A(δ),B(δ)の具体的な形式をリストしておく。

$$A(\delta)=-[(1-g)(b-\gamma)\exp(-\alpha h)+(g+\gamma)(1+b)\exp(\beta_1 h)]\Gamma(\delta)/H(\delta),$$

$$B(\delta)=-[(1+g)(b-\gamma)\exp(-\alpha h)+(g+\gamma)(1-b)\exp(-\beta_1 h)]\Gamma(\delta)/H(\delta),$$

$$H(\delta)=[(1+g)(1+b)\exp(\beta_1 h)-(1-g)(1-b)\exp(-\beta_1 h)]$$

ここで、g, b, γが次の式で定義される。

$$g=\kappa_0\beta_0/\kappa_1\beta_1、b=\kappa_2\beta_2/\kappa_1\beta_1、\gamma=\alpha/\beta_1 \quad .$$

付録 B ：

この付録では、温度モーメントの二階微分を(24)式のように書けることを示す。

(19)式からわかるように、

$$P(\alpha,h)=\int_{-h/2}^{h/2} z\exp(-\alpha z)dz=-\frac{\partial\{1/\alpha[\exp(-h\alpha/2)-\exp(h\alpha/2)]\}}{\partial\alpha}$$

を定義すれば、

$$M_T=6/h^3\int_{\infty}^{\infty}dy\int_0^{\infty}d\delta\ J_0(\delta r)\delta[\Gamma(\delta)P(\alpha,h)+A(\delta)P(\beta_1,h)+B(\delta)P(-\beta_1,h)], \quad \cdots\cdots \quad (B\text{-}1)$$

と書ける。

(B-1)式の積分を実行するために、次の積分を考える。

$$F(x)=\int_0^{\infty}J_0(\delta(x^2+y^2)^{1/2}\,dy \qquad (B\text{-}2)$$

この積分の存在について(B-3)のようにおいて

$$F'(x)=\int_0^{\infty}(\delta x)/(x^2+y^2)^{1/2}J_1(\delta(x^2+y^2)^{1/2}\,dy \qquad (B\text{-}3)$$

考える。

公式：(*)より

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{2(K-L)-1}}{(x^2+y^2)^{K/2}} J_K(a(x^2+y^2)^{1/2})dx = \frac{2^{k-L-1}\Gamma_0(k-L)}{a^{K-L}\ y^L} J_L(ay)$$

に K=1, L=1/2を代入すると、

$$F'(x) = -(\delta x/2)^{1/2}\ \Gamma_0(1/2)J_{1/2}(\delta x) \qquad (B\text{-}4)$$

が得られる。ここで、$\Gamma_0(x)$が　Γ－関数である。

$$\Gamma_0(1/2) = (\pi)^{1/2}$$
$$J_{1/2}(x) = (2/\pi x)^{1/2}\sin(x)$$

を代入すると、直ちに

$$Q(\delta, x) = F''(x) = -\delta\cos(\delta x) \qquad (B\text{-}5)$$

が得られる。

(*)　森口、宇田川、一松：”数学公式Ⅲ” p．１９６